

Segunda Parte (11 valores)

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar. Justifique as respostas.

Cotações: **1a) 2.0** **1b) 1.5** **1c) 1.0** **2a) 1.5** **2b) 1.5** **2c) 1.0** **3a)**

1.0 **3b) 1.5**

1. Considere:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha & -1 \\ -1 & 1 + \alpha & 1 \\ 2 & 1 & -\alpha \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \beta \end{pmatrix}, \quad \alpha,$$

$\beta \in \mathbb{R}$.

- Classifique o sistema $Ax = b$ em função dos valores de α e β .
- Resolva o sistema para $\alpha = 2$ e $\beta = 2$.
- Determine os valores de α para os quais a 1ª e a 3ª colunas de A são ortogonais.

2. Seja a função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} & \text{se } x \in (-1, +\infty) \setminus \{0\} \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- Mostre que f é uma função contínua em $x = 0$.
- Estude a diferenciabilidade de f em $x = 0$.
- Escreva a função derivada de f , $f'(x)$.

3. Seja a função $f(x) = \int_1^{x^2+1} \left(\frac{1+t}{t}\right) dt$.

- Calcule $f(-1)$.
- Determine a equação da recta tangente ao gráfico de f , no ponto $x = -1$.