Matemática I - 2009/2010

Ficha de exercícios

Semana 1: Capítulo 1- Vectores

1) Exercício do Livro, *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter, Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, third edition, 2008:*

Secção 15.7: Exercícios 1 a 8;
Secção 15.8: Exercícios 1 a 6.
Excepcionalmente para a **primeira semana**, os enunciados dos exercícios acima indicados, estão **disponíveis em anexo**.

2) Exercícios adicionais:

Ex. 1. Considere os seguintes vectores $\overrightarrow{u} = (1,\, 0,\, 1)$, $\overrightarrow{v} = (1,\, 1,\, 0)$, $\overrightarrow{w} = (0,\, 1,\, 0)$ de $\mathbb{R}^3$. Calcule o valor da expressão $\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w})$.

Ex. 2. Seja um vector de $\mathbb{R}^3$: $\overrightarrow{u} = (-1,\, 1,\, 5)$. Os valores de k para os quais se verifica $\|k\overrightarrow{u}\| = 3$, são:

a) $k = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$
b) $k = \frac{3}{\sqrt{27}}$
c) $k = -\frac{3}{\sqrt{27}}$
d) $k = \pm\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

Ex. 3. Considere os seguintes vectores de $\mathbb{R}^3$:

$$\overrightarrow{u} = (a,\, 1+a,\, 2a),\ \overrightarrow{v} = (1,\, 1,\, 3),\ \overrightarrow{w} = (2,\, 1,\, 0).$$

Determine o valor de $a \in \mathbb{R}$ de modo a obter o vector $\overrightarrow{u}$ como combinação linear dos vectores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$.

Ex. 4. Os vectores $\overrightarrow{u} = (-1,\, -1,\, -a,\, -1)$ e $\overrightarrow{v} = (a+2,\, a,\, a,\, a)$, com $a \in \mathbb{R}$ são ortogonais se:
a) $a = 2$ b) $a = 0$ c) $a = -2$ ou $a = -1$ d) $a = 1$

Ex. 5. Os seguintes vectores de $\mathbb{R}^3$: $(a,\, 0,\, a)$, $(0,\, a,\, 0)$, $(1-a,\, 0,\, a)$ são linearmente independentes:

a) Para todo $a \in \mathbb{R}$
b) Para todo $a \in \mathbb{R}$ tal que $a \neq 0$ e $a \neq \frac{1}{2}$
c) Se e só se $a \neq 0$
d) Nenhuma das respostas anteriores está correcta

Ex. 6. Considere os seguintes vectores $\overrightarrow{u} = (1,\, 1,\, 2)$, $\overrightarrow{v} = (2,\, 1,\, 3)$, $\overrightarrow{w} = (3,\, -1,\, a)$. O conjunto $\{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\}$ tem no máximo m vectores linearmente independentes, sendo:

a) $m = 3$, se $a \neq 2$
b) $m = 2$, se $a = 1$
c) $m = 2$, se $a \neq 2$
d) $m = 1$, se $a = 2$

Ex. 7. Considere os seguintes vectores de $\mathbb{R}^3$:

$$\overrightarrow{u} = (-1, 2, 3),\ \overrightarrow{v} = (1, -1, 2),\ \overrightarrow{w} = (4, -6, -2).$$

Indique a resposta correcta:

a) Os três vectores são linearmente independentes.

b) Os vectores são ortogonais dois a dois.

c) O vector $\overrightarrow{w}$ é combinação linear dos vectores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$.

d) Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

Ex. 8. Sendo $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{y}$ e $\overrightarrow{z}$ vectores linearmente independentes de um espaço vectorial, mostre que os vectores $\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y}$, $\overrightarrow{x} + \overrightarrow{z}$ e $\overrightarrow{y} + \overrightarrow{z}$ são também 3 vectores linearmente independentes.

NOTA: Os exercícios **5**, **6** e **7** poderão ser resolvidos com maior facilidade depois dos alunos terem concluído o capítulo 2.