# Matemática I - 2009/2010

**Ficha de exercícios**

## Semana 10: Aproximações Polinomiais, Fórmula de Taylor, Teorema do Valor Intermédio

**Exercícios do livro** *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2008*:

**7.4**: 1, 2, 7, 9, 10
**7.5**: 2, 5, 6, 9
**7.6**: 1, 2, 4
**7.10**: 1

**Exercícios Adicionais**

**Exercício 1.** A aproximação quadrática da função $f(x) = (x+1)^5$ em torno de $x = 1$, é

a) $f(x) \approx 80x^2 - 80x + 32$ b) $f(x) \approx -80x^2 + 80x + 32$

c) $f(x) \approx -80x^2 - 80x - 32$ d) $f(x) \approx 80x^2 + 80x + 32$

**Exercício 2.** Seja a função $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2$. A aproximação de Taylor de segunda ordem de $f$ em torno de $x = 1$ é:

a) $x - 1 + (x-1)^2$ b) $x - 1 - (x-1)^2$

c) $-(x-1)^2$ d) $(x-1)^2$

**Exercício 3.** Mostre que a aproximação de Taylor de segunda ordem em torno de zero da função $f(x) = (2x - a)^m$ é

$$(-a)^m + 2m(-a)^{m-1}x + 2m(m-1)(-a)^{m-2}x^2.$$

**Exercício 4.** Seja $y = f(x)$ uma função definida implicitamente pela equação $xy - x^2 = 2y + x$. A aproximação linear de $f(x)$ em torno do ponto $(4, 10)$ é dada por:

a) $-5x + 3$ b) $-\frac{1}{2}(x - 24)$ c) $\frac{1}{3}(x + 25)$ d) $x + 3$

**Exercício 5.** Seja $y = f(x)$ uma função definida implicitamente pela equação $y^3 = x^3y + x + 1$. Sabendo que $f(0) = 1$, indique a aproximação linear a $f(x)$ em torno de $x = 0$.

**Exercício 6.** Considere a função real de variável real definida por $f(x) = e^{x-1}$.

a) Escreva a fórmula de Taylor de ordem $n$ em torno de 1, da função $f$.

b) Obtenha a majoração do resto fazendo $x = \frac{1}{2}$ e $n = 3$

**Exercício 7.** Use a fórmula de Taylor para calcular

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^2}.$$

**Exercício 8.** Use a fórmula de Taylor para escrever o polinómio $x^3 - 2x^2 - 5x - 2$ como soma de potências de $(x + 2)$.

**Exercício 9.** Escreva a fórmula de Taylor de ordem $n$ para $f(x) = e^x$, em torno de $x = 1$, apresentando o resto na forma de Lagrange. Calcule o limite do resto quando $n$ tende para $+\infty$.

**Exercício 10.** Mostre que a equação $xe^x = \dfrac{1}{2}$ tem uma única solução no intervalo $(-1, 1)$.